

Моделирование старта ракеты в программном комплексе EULER

Бойков В.Г.

© ООО «АвтоМеханика»

12.09.2018

Цель данного примера – показать основные особенности моделирования старта ракеты с учётом аэродинамических сил, помехи от бортового разъёмного соединения (БРС), колебания топлива в баках и работы системы управления. Управление (стабилизация) ракеты осуществляется с помощью поворота маршевой двигательной установки (МДУ). Представленная в данном примере модель находится в файле «Rocket_start.elr» в формате ПК EULER. Рассмотрим основные этапы создания модели.

Конструкция ракеты

Прежде всего, строим геометрическую модель в соответствии с чертежом, представленным на рисунке 1. После этого формируем звенья: стартовый стол (CC) (base), ракета (rocket), МДУ (MDU) – прикрепляя к ним соответствующие тела.

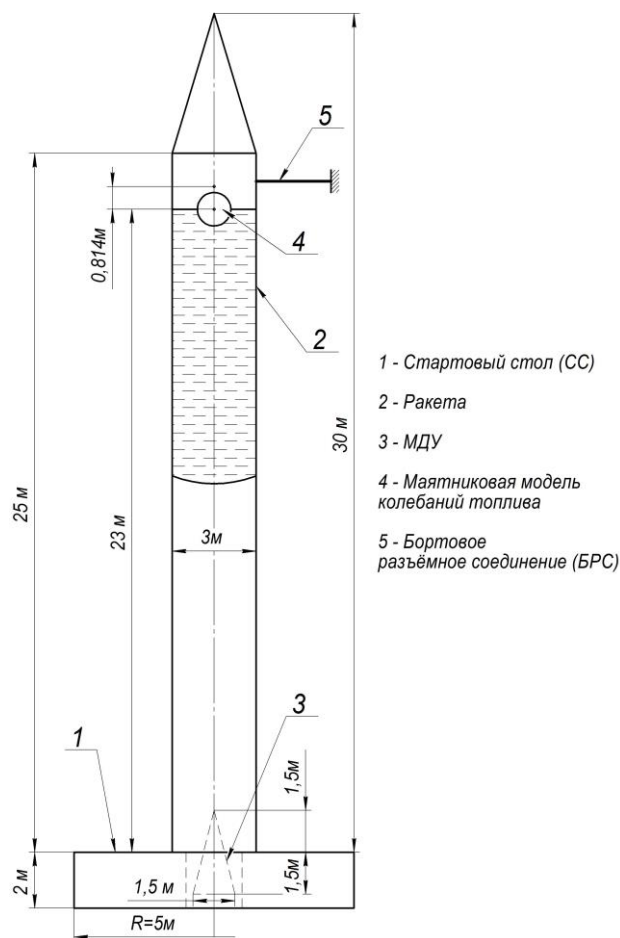


Рис.1. Эскиз ракеты

Далее создаём механические связи (шарниры).

Шарнир связи «СС – ракета» допускает все перемещения и повороты, но находится в «замороженном» состоянии. Это необходимо для реализации изменения механизма в момент отрыва от стола.

Шарнир связи «ракета – МДУ» допускает поворот МДУ относительно ракеты по углам рыскания и тангажа.

Отрыв от стола реализуется в EULER с помощью объекта типа «событие». Изменением механизма является разморозка шарнира связи «СС – ракета». Отрыв происходит в момент времени, когда тяга становится больше веса ракеты на 5 %.

Тяга МДУ

График тяги МДУ от времени представлен на рисунке 2.

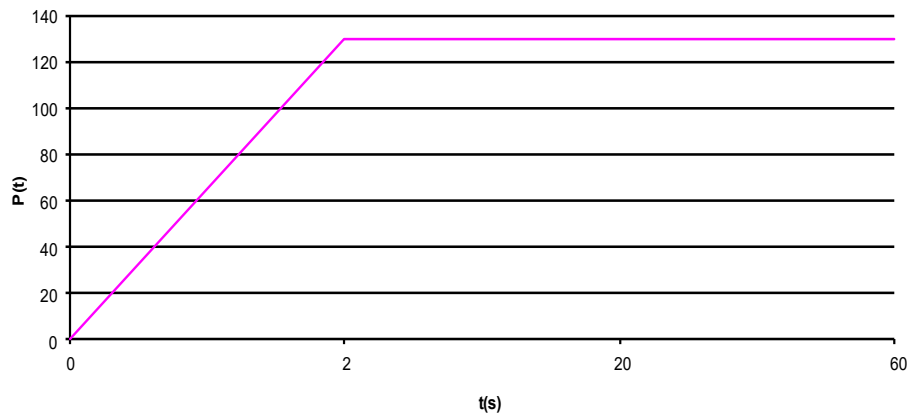


Рис.2. График тяги МДУ

Аэродинамическая сила

Для создания аэродинамической силы необходимо задать параметры среды, характерную площадь и аэродинамические коэффициенты: C_x, C_y .

Параметры среды зададим стандартные.

За характерную площадь примем площадь сечения мишени:

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \approx 7.07 m^2,$$

где D – диаметр ракеты.

Примем следующие функции аэродинамических коэффициентов:

$$C_x = 0.2 \cdot \cos(\alpha);$$

$$C_y = 2.4 \cdot \sin(\alpha),$$

где α – пространственный угол атаки.

Бортовое разъёмное соединение

После отрыва от стола на ракету, в течение определённого отрезка времени, действует сила от БРС. Чем дольше она действует, тем сильнее отклонится ракета, это можно проверить при проведении расчетов.

Моделирование колебаний жидкости в баке

В процессе полёта в ракете возникают колебания топлива в баках. Согласно теории (см. [1]) механическим аналогом свободных колебаний верхнего слоя жидкости в баке может служить бесконечная совокупность математических маятников. Пример такой системы представлен на рисунке 3.

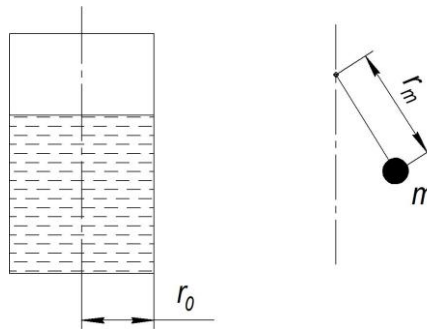
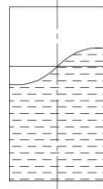
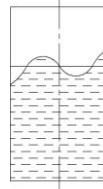


Рис.3. Маятниковая модель колебаний верхнего слоя жидкости

Ниже в таблице представлены параметры для маятников первых двух тонов колебаний верхнего слоя жидкости в цилиндрическом баке (см. [1], стр. 34). В таблице использованы следующие обозначения: ρ – плотность топлива; r_0 – радиус бака; g – местное ускорение свободного падения с учетом перегрузки.

Внешний вид	 1-й тон	 2-й тон
m (масса маятника), кг	$1.42 \cdot \rho \cdot r_0^3$	$0.03 \cdot \rho \cdot r_0^3$
r_m (длина маятника), м	$0.543 \cdot r_0$	$0.189 \cdot r_0$
ω (угловая частота свободных колебаний маятника), 1/с	$1.36 \sqrt{\frac{g}{r_0}}$	$2.3 \sqrt{\frac{g}{r_0}}$

Из таблицы видно, что влияние обертонов незначительно, по сравнению с основным тоном. В соответствии с этим, в задаче будем учитывать только основной тон.

Пусть:

$$\rho = 1000[\text{kg}/\text{m}^3];$$

$$r_0 = 1.5[\text{m}];$$

$$g = 13[\text{m}/\text{s}^2],$$

тогда параметры маятника будут равны:

$$m \approx 4800[\text{kg}];$$

$$r_m \approx 0.814[\text{m}];$$

$$\omega \approx 4[1/\text{s}].$$

Аналогом сил вязкости топлива в маятниковой модели служат силы демпфирования в шарнире подвески маятника. Действие этих сил в EULER реализуется с помощью вращательного демпфирующего элемента, коэффициент диссипации которого можно определить следующим образом:

$$c = 2 \cdot \xi \cdot J \cdot \omega ,$$

где ξ – коэффициент затухания;

$J = m \cdot r_m^2$ – момент инерции маятника относительно оси вращения.

При $\xi = 0.1$:

$$c = 3840[\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}].$$

По полученным данным нужно создать звено – маятник, связать его с ракетой соответствующим шарниром и наложить силы демпфирования.

Система управления (стабилизации) ракеты

Управление рассматриваемой ракеты по тангажу и рысканию осуществляется поворотом маршевого двигателя. Рассмотрим управление по тангажу, управление по рысканию осуществляется аналогично. Для управления будем использовать классический регулятор [2] следующего вида:

$$\gamma = k_0 \cdot \varphi + k_1 \cdot \dot{\varphi}, \quad (1)$$

где γ – угол поворота двигателя в плоскости тангажа;

$\varphi, \dot{\varphi}$ – отклонение и скорость отклонения угла тангажа от заданных значений;

k_0, k_1 – коэффициенты регулятора.

Значения коэффициентов регулятора k_0, k_1 должны обеспечивать устойчивость и приемлемое качество регулирования. Для определения их рациональных значений рассмотрим уравнение углового движения ракеты в плоскости тангажа. Схема сил и моментов, действующих на ракету, представлена на рисунке 4.

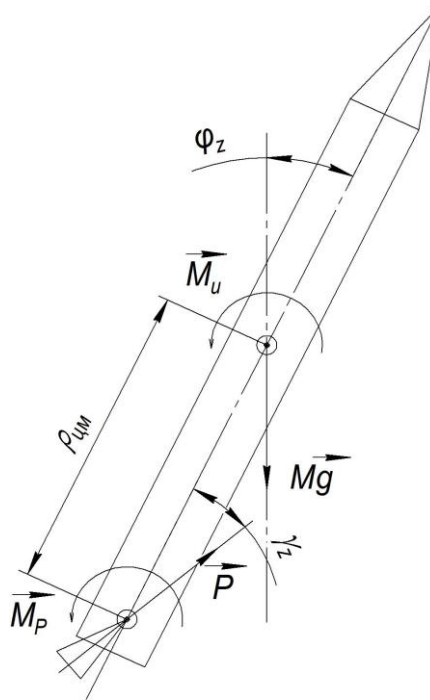


Рис.4. Силы и моменты, действующие на ракету

Пренебрегая моментом аэродинамических сил, зависимостью ускорения угла тангажа от времени и членами, учитывающими влияние перекрестных вращений ракеты, это уравнение можно записать в следующем виде:

$$J \cdot \ddot{\varphi} = P \cdot \rho_{MC} \cdot \sin(\gamma) \approx P \cdot \rho_{MC} \cdot \gamma, \quad (2)$$

где J – момент инерции ракеты относительно центра масс вокруг поперечной оси;

$\ddot{\varphi}$ – ускорение угла тангажа;

P – тяга маршевого двигателя;

ρ_{MC} – расстояние от центра масс ракеты до шарнира поворота двигателя.

Примем:

$$J = \frac{M \cdot L^2}{12}; \quad (3)$$

$$\rho_{MC} = \frac{L}{2}, \quad (4)$$

где M – масса ракеты;

L – длина ракеты.

Подставляя (1), (3), (4) в (2) после преобразований получим:

$$\ddot{\varphi} - k_1 \frac{6 \cdot P}{M \cdot L} P \cdot \dot{\varphi} - k_0 \frac{6 \cdot P}{M \cdot L} P \cdot \varphi = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) можно представить в следующем виде:

$$\ddot{\varphi} + 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot \dot{\varphi} + \omega^2 \cdot \varphi = 0, \quad (6)$$

где ω – угловая частота процесса стабилизации ракеты;

ξ – коэффициент затухания процесса стабилизации ракеты.

С инженерной точки зрения удобно выбирать именно значения ω, ξ . Из сравнения (6) и (5) получаем:

$$k_0 = -\frac{M \cdot L \cdot \omega^2}{6 \cdot P};$$

$$k_1 = \frac{M \cdot L \cdot \omega \cdot \xi}{3 \cdot P}.$$

Для рассматриваемой ракеты рационально принять:

$$\omega = 2[1/s];$$

$$\xi = 0.5.$$

Имеющимися в каждый момент времени расхождениями $\varphi, \dot{\varphi}$ и полученными значениями коэффициентов k_0, k_1 , в соответствии с законом управления (1), формируется γ – сигнал системы управления на требуемый угол поворота двигателя. Предполагается, что поворот двигателя осуществляется следящим приводом, работа которого моделируется в EULER дифференциальным каналом управления. Этот привод имеет свою частоту регулирования и коэффициент затухания колебаний. Для привода поворота двигателя рационально принять:

$$\omega_M = 10[1/s];$$

$$\xi_M = 0.8.$$

В EULER работу дифференциального канала управления принято описывать дифференциальным уравнением следующего вида:

$$T_2^2 \cdot \ddot{x} + T_1 \cdot \dot{x} + x = 0,$$

где x, \dot{x}, \ddot{x} – регулируемая характеристика и ее производные по времени;

T_1, T_2 – постоянные коэффициенты.

По принятым значениям ω_M, ξ_M получаем значения коэффициентов для привода:

$$T_2 = \frac{1}{\omega_M};$$

$$T_1 = 2 \cdot \xi_M \cdot T_2.$$

Литература

1. Микишев Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов – Москва, издательство «Машиностроение», 1978, 248 с.
2. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов – Москва, издательство «Машиностроение», 1965, 468 с.